

## **MODEL MATEMATIK UNTUK MENENTUKAN LAMA JATUH BATANG KENDALI**

Elfrida Saragi\*, Utaja\*\*

### **ABSTRAK**

#### **MODEL MATEMATIK UNTUK MENENTUKAN LAMA JATUH BATANG KENDALI.**

Salah satu faktor penting dalam keselamatan operasi reaktor adalah kecepatan pemadaman reaksi fisi bila terjadi keadaan abnormal. Kecepatan pemadaman sangat dipengaruhi oleh kecepatan jatuh batang kendali. Makalah ini akan menguraikan model matematik untuk menentukan lama jatuh batang kendali. Prinsip utama yang dipakai pada uraian ini ialah kesetimbangan antara gaya kelembaman, gaya hambatan air pada benda yang bergerak dan gaya berat. Ketiga gaya tersebut akan membentuk persamaan diferensial, yang akan diselesaikan lebih lanjut. Hasil penyelesaian akan membentuk persamaan yang merupakan model matematik untuk menentukan waktu jatuh batang kendali. Dengan model matematik ini waktu jatuh batang kendali dapat ditentukan, sehingga waktu pemadaman juga dapat ditentukan sehingga keselamatan operasi dapat dijamin.

### **ABSTRACT**

#### **THE MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINATION OF THE TIME ROD DROP.**

One of the importance factor of the reactor operation safety is how fast the fission reaction can be shut down in the abnormal condition. The shut down process will be affected by the rod drop speed. This paper will describe the mathematical model for determine the time of the rod drop. The main principal used is the balance between inertia force, the water friction force and the gravity force. The forces will introduce the differential equation, which will be solved. The result is equation as a mathematical model for determine the rod drop time. With this mathematical model, the rod drop time can be determined, so that the shut down time can be determined and the operation safety can be assure.

### **PENDAHULUAN**

Pada keadaan abnormal yang membahayakan keselamatan operasi dan keselamatan lingkungan, operasi reaktor perlu dihentikan dengan cepat. Ini dilakukan dengan men-jatuhkan semua batang kendali untuk menghentikan reaksi fisi.

---

\* Pusat Pengembangan Teknologi Informasi dan Komputasi - BATAN

\*\* Pusat Pengembangan Perangkat Nuklir - BATAN

Kecepatan jatuh batang kendali ini harus cukup untuk mencegah terjadinya perlipatan jumlah neutron yang tak terkendali. Pada umumnya kecepatan jatuh batang kendali ditentukan secara eksperimen. Untuk lingkup disain reaktor, eksperimen ini tidaklah cukup, karena kecepatan jatuh batang kendali harus dapat diprediksi dengan tepat. Untuk ini diperlukan model matematis untuk menentukan waktu jatuh batang kendali. Model matematik yang dikembangkan didasar hubungan antara gaya kelembaman, gaya hambatan air dan gaya berat. Ketiga gaya ini akan membentuk kesetimbangan yang dinyatakan dalam sebuah persamaan diferensial yang kemudian diselesaikan secara analitis untuk mendapatkan persamaan yang menghubungkan waktu dan posisi batang kendali. Posisi dan waktu merupakan informasi untuk menentukan kondisi reaksi fisi dalam teras reaktor dan akan menggambarkan tingkat keselamatan operasi. Penyelesaian dilakukan secara analitik untuk mendapatkan persamaan umum, sedangkan harga numeriknya dicari dengan bantuan komputer. Dengan cara ini diharapkan waktu jatuh batang kendali dapat diprediksi dengan tepat, sebelum penentuan secara eksperimen dilakukan.

## MODEL MATEMATIK

Gerakan benda secara vertikal dalam suatu zat alir (fluida) akan dipengaruhi oleh tiga buah gaya, masing-masing adalah gaya kelembaman, gaya hambat fluida dan gaya berat benda. Gaya-gaya ini dapat dilihat pada Gambar 1. Gaya-gaya tersebut adalah sebagai berikut

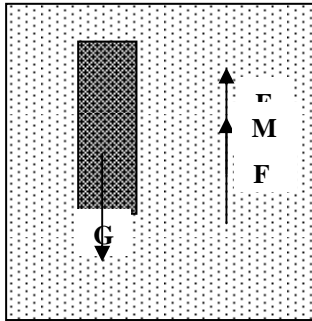
1. Gaya kelembaman dapat dituliskan dengan :

$$K_m = (G/g) d^2X/dt^2 \quad (1)$$

dengan,  $G$  = berat batang kendali (kg),  $g$  = percepatan gravitasi (m/det<sup>2</sup>)

$X$  = jarak yang ditempuh dalam air (meter),  $dt$  = waktu (detik)

$K_m$  = gaya kelembaman (kg)



Keterangan : M = gaya kelebaman  
 F = gaya hambatan air  
 G = gaya berat

Gambar 1. Gaya kelebaman (M), gaya hambatan air F dan gaya berat G

2. Gaya hambatan dalam air ditentukan dengan teori fluida.

Menurut teori fluida, gaya hambat dalam air dapat dinyatakan dengan [ ]

$$K_f = (A C_w \gamma_f / 2g) V^2 \quad (2)$$

Dengan, A = luas penampang tegak batang ( $m^2$ ),  $\gamma_f$  = berat jenis air  $kg/m^3$ ,  
 $C_w$  = koefisien hambatan bentuk, V = kecepatan jatuh (m/detik)

3. Gaya berat

Oleh adanya gaya apung, gaya berat dalam air akan terkoreksi dan dapat dinyatakan dengan:

$$K_g = - (1 - \gamma_f/\gamma_m) G \quad (3)$$

dengan,  $\gamma_m$  = berat jenis material batang kendali ( $kg/m^3$ )

Gaya kelebaman, gaya hambatan air dan gaya berat berada dalam suatu kesetimbangan yang dinyatakan dalam persamaan berikut.

$$(G/g) d^2X/dt^2 + (A C_w \gamma_f / 2g) V^2 - (1 - \gamma_f/\gamma_m) G = 0 \quad (4)$$

Dengan mengalikan (g/G) pada semua suku dan mengganti suku  $d^2X/dt^2$  dengan  $dV/dt$  akan diperoleh model matematik gerak jatuh batang kendali:

$$dV/dt + (A C_w \gamma_f / 2G) V^2 - (1 - \gamma_f/\gamma_m) g = 0 \quad (5)$$

Persamaan 5 ini merupakan persamaan diferensial yang menghubungkan variabel kecepatan dan waktu tempuh. Penyelesaian persamaan 5) dapat dilakukan secara analitik atau secara numerik. Dalam makalah ini akan diuraikan penyelesaian secara analitik. Untuk itu persamaan 5 dituliskan dengan:

$$dV/dt + N_1 V^2 - N_2 = 0 \quad (6)$$

dengan :  $N_1 = A C_w \gamma_f / 2G$ ,  $N_2 = (1 - \gamma_f / \gamma_m) g$

Pada suku kedua ruas kiri, terdapat bentuk kwadrat dari  $V$ , sehingga untuk itu dibentuk variabel baru  $\theta$ . Dengan variabel ini dapat dituliskan:

$$\theta = V^2 \quad (7)$$

$$d\theta / dV = d(V^2)/dv = 2V = 2 dx / dt.. \quad (8)$$

Dari ini dapat ditulis:

$$(1/2) d\theta / dx = dV/dt \quad (9)$$

Substitusi persamaan 7 dan 9 ke dalam persamaan 6 akan memberikan:

$$d\theta / dx + 2N_1\theta = 2N_2 \quad (10)$$

Penyelesaian homogen (ruas kanan = 0) akan memberikan :

$$\theta_h = C_1 e^{(-2N_1 X)}$$

Sedangkan penyelesaian partikelir akan memberikan

$$\theta_p = N_2 / N_1$$

Penyelesaian persamaan 10) memberikan :

$$\theta = C_1 e^{(-2N_1 X)} + N_2 / N_1 \quad (11)$$

Syarat awal yang untuk menyelesaikan persamaan 11) adalah:

- pada saat mulai jatuh ( $X = 0$ ), kecepatannya nol ( $V = 0$  atau  $\theta = 0$ )

Dari syarat awal ini didapat :  $C_1 = -N_2/N_1$

Sehingga persamaan (11) dapat dituliskan dengan:

$$\theta = (-N_2 / N_1) e^{(-2N_1 X)} + N_2 / N_1 \quad (12a)$$

Kecepatan jatuh ditulis dengan:

$$V = \sqrt{(N_2 / N_1) \{1 - e^{(-2N_1 X)}\}} \quad (12b)$$

$$N_1 = A C_w \gamma_f / 2G = (C_w \gamma_f) / (2L \gamma_m), \text{ dimana } L = \text{panjang batang}$$

$$N_2 = (1 - \gamma_f / \gamma_m) g$$

Persamaan 12 menggambarkan hubungan antara kecepatan sesaat  $V$  dengan jarak tempuh batang kendali ( $X$ ). Untuk menentukan hubungan antara kecepatan dan jarak tempuh ke waktu, dipakai persamaan 6 dan syarat awal pada persamaan 11.

$$dV/dt = -N_1 V^2 + N_2 \quad (13)$$

$$X = \int \int_0 \{(-N_1 V^2 + N_2) dt\} dt \quad (14)$$

Penyelesaian persamaan 13 dan 14 dilakukan dengan penyelesaian sepotong-sepotong dengan mengambil interval waktu yang cukup pendek.

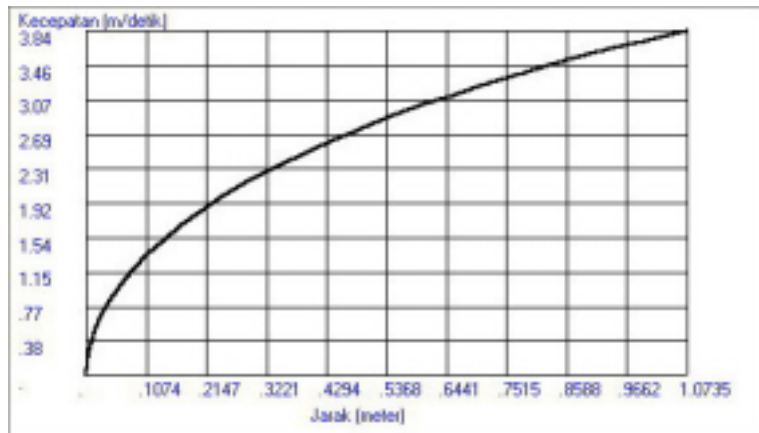
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Model matematik pada persamaan 12b akan dipakai untuk memprediksi kecepatan jatuh batang kendali dengan data awal seperti pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Data asumsi batang kendali

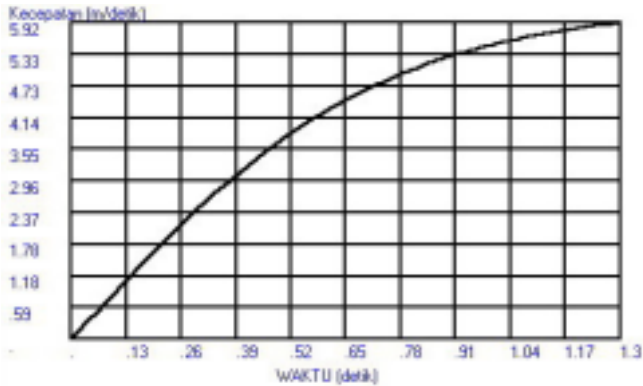
Diameter batang kendali	0.0356 meter
Berat jenis bahan	7700 kg/m <sup>3</sup>
Koefisien hambatan Cw	1.2
Panjang batang	0.356 meter
Berat jenis air	1000 kg/m <sup>3</sup>

Berdasar Tabel 1, hubungan antara kecepatan terhadap jarak dapat dilihat pada Gambar 2.



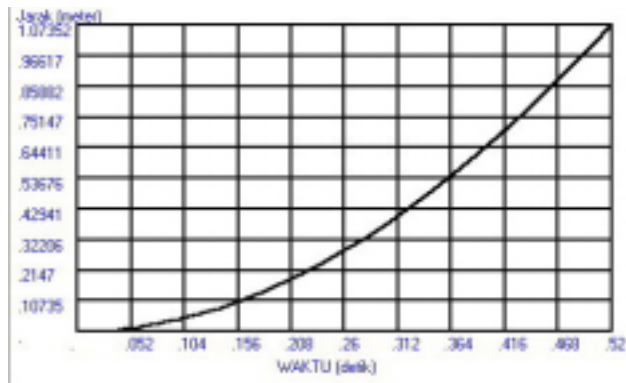
Gambar 2. Hubungan jarak vs kecepatan

Dari Gambar 2 tampak bahwa kurva jarak vs kecepatan mendekati kurva eksponensial, seperti yang dinyatakan pada persamaan 12). Pada jarak yang makin besar, kurva meng-arah mendatar karena gaya berat dalam air akan seimbang dengan gaya hambatan bentuk, yang merupakan fungsi kwadrat kecepatan. Bila kurva pada Gambar 2, dikenakan pada jarak yang cukup besar, maka grafik akan lurus mendatar. Ini berarti kecepatan akan tetap, karena gaya berat akan tepat diimbangi oleh gaya hambat bentuk sehingga tidak timbul percepatan.



Gambar 3. Hubungan Kecepatan vs Waktu

Grafik kecepatan vs waktu dapat dilihat pada Gambar 3. Dari gambar tampak bahwa semakin lama grafik akan semakin mendatar, hal ini menunjukkan bahwa kecepatan akan menuju ke harga tetap. Hubungan jarak terhadap waktu, dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hubungan jarak terhadap waktu

Gambar 4 yang menunjukkan hubungan posisi batang kendali terhadap waktu dapat dipakai untuk menentukan kemampuan pemadaman reaksi fisi di dalam teras reactor. Ini dilakukan dengan melakukan analisis pengaruh posisi batang kendali pada harga reaktivitas total teras.

## **KESIMPULAN**

Dengan model matematik yang berhasil dikembangkan, hubungan posisi batang kendali dan waktu atau lama jatuh dapat diprediksikan. Posisi batang kendali akan menentukan kemampuan pemadaman reaksi fisi, sehingga dengan demikian model matematik yang berhasil dikembangkan dapat dipakai untuk memprediksi tingkat keselamatan operasi.

## **DAFTAR PUSTAKA**

1. J.A. PRINS "*Azas – azas Dasar Fisika Modern*", JB Olters, Jakarta, Indonesia, 1954.
2. HOO KIAN LAM, "*Azas – azas Gaya Udara*", Balai Pustaka, Jakarta 1952.
3. SUMADI, "*Energi gelombang dan Medan*", Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta, Indonesia, 1973.

## **DISKUSI**

ADE JAMAL

Koefisien listrik  $CW$  adalah parameter kriteria yang sekarang tidak konstan, melainkan fungsi kecepatan  $V$  dan kuadratik tergantung Reynold

ELFRIDA SARAGI

Koefisien Hambatan bentuk ( $CW$ ) tergantung pada fluidanya dalam hal ini fluida yang digunakan adalah air. Koefisien hambatan bentuk ( $CW$ ) tidak konstan.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

1. Nama : Elfrida Saragi.....
2. Tempat/Tanggal Lahir : Medan, 1 Juni 1963
3. Instansi : P2TIK - BATAN.....
4. Pekerjaan / Jabatan : Staf Komputasi.....
5. Riwayat Pendidikan : (setelah SMA sampai sekarang)
  - S1 Jurusan Fisika, FMIPA –USU Medan
6. Pengalaman Kerja :
  - Staf Komputasi – P2TIK-BATAN
7. Organisasi Professional :