# PENENTUAN ROTASI YANG SESUAI DALAM ANALISIS FAKTOR DENGAN ANALISIS PROCRUSTES

**Anik Purwaningsih***

## ABSTRAK

**PENENTUAN ROTASI YANG SESUAI DALAM ANALISIS FAKTOR DENGAN ANALISIS PROCRUSTES.** Ide dasar dari analisis faktor adalah mengidentifikasi sejumlah faktor yang relatif sedikit yang dapat digunakan untuk menjelaskan sejumlah besar variabel yang saling berhubungan. *Loading factor* dirotasikan untuk meningkatkan daya interpretasi faktor. Penulisan ini bertujuan untuk menentukan rotasi yang sesuai dalam analisis faktor dengan analisis procrustes. Untuk mengetahui rotasi yang sesuai digunakan analisis procrustes. Dalam analisis ini, *factor score* yang dihasilkan dari analisis faktor dibandingkan dengan data asal. Data asal dibuat sebagai yang ditetapkan, sedangkan data hasil analisis faktor disesuaikan sedekat mungkin dengan transformasi translasi, rotasi dan dilatasi. Rotasi yang sesuai dapat dilihat dari nilai $M^2$ yang terkecil atau nilai $R^2$ yang terbesar. Dengan bantuan program S-plus, untuk data SCH diperoleh bahwa rotasi oblique menghasilkan jarak yang lebih dekat dengan data asal dibandingkan dengan rotasi orthogonal. Sedangkan untuk data penelitian Lucia & Purhadi didapatkan bahwa baik rotasi oblique maupun rotasi orthogonal memberikan hasil yang hampir sama. Sehingga pilihan rotasi yang sesuai tergantung data.

**Kata kunci** : Analisis faktor, analisis procrustes, rotasi.

## ABSTRACT

**RIGHT ROTATION DETERMINATION IN FACTOR ANALYSIS WITH PROCRUSTES ANALYSIS**. The basic idea of factor analysis is to identify a relatively small number of factors that can be used to represent relationships among sets of many interrelated variables. Loading factor will be rotated to increase interpretation factor. The purpose of this paper is to determine right rotation in factor analysis with procrustes analysis. Analysis procrustes will be used to know the right rotation. In this analysis, factor score of factor analysis is compared with original data. The original data are taken as fixed and data result of analysis is fitted as nearly as possible with translation, rotation and dilatation. Right rotation can be seen from the smallest $M^2$ or the biggest $R^2$. Using S-plus programme for data SCH, the distance that is obtained by oblique rotation is better than orthogonal rotation. For the data reported by Lucia & Purhadi, there is similarity of result of both oblique rotation and orthogonal rotation. Thus, the choice of right rotation depends on data.

**Key words** : factor analysis, procrustes analysis, rotation.

* Pusat Pengembangan Teknologi Informasi dan Komputasi - BATAN

## PENDAHULUAN

Dalam mengamati suatu obyek pengamatan yang lebih alamiah adalah dengan memperhatikan semua variabel yang ada. Dengan semakin banyak variabel yang dimasukkan, maka kesimpulan yang diambil akan semakin menggambarkan data asal. Tetapi dengan memasukkan banyak variabel maka perhitungan statistiknya akan semakin sulit. Untuk menyederhanakannya, maka data direduksi menjadi lebih kecil dengan menggunakan analisis faktor.

Analisis faktor merupakan perluasan dari analisis komponen utama. Analisis faktor digunakan untuk mengidentifikasi sejumlah faktor yang relatif kecil yang dapat digunakan untuk menjelaskan sejumlah besar variabel yang saling berhubungan. Sehingga variabel-variabel dalam satu faktor mempunyai korelasi yang tinggi, sedangkan korelasi dengan variabel-variabel pada faktor lain relatif rendah. Tiap-tiap kelompok dari variabel mewakili suatu konstruksi dasar yang disebut faktor. Untuk meningkatkan daya interpretasi faktor, harus dilakukan transformasi pada matriks loading. Transformasi dilakukan dengan merotasi matriks tersebut dengan metode *varimax, quartimax, equamax, quartimin, biquartimin* dan *covarimin* serta *oblimin*. Hasil rotasi ini akan mengakibatkan setiap variabel asal mempunyai korelasi tinggi dengan faktor tertentu saja dan dengan faktor yang lain korelasi relatif rendah sehingga setiap faktor akan lebih mudah untuk diinterpretasikan. Untuk mengetahui rotasi mana yang sesuai digunakan $M^2_{min}$ yang dihasilkan dari analisis procrustes. Analisis procrustes adalah suatu teknik analisis yang digunakan untuk membandingkan dua konfigurasi. Dalam hal ini konfigurasi data hasil analisis faktor yang sudah dirotasi dibandingkan dengan data asal. Sebelum kedua data dibandingkan terlebih dahulu kedua data diproses berdasarkan penetapan dan penyesuaian posisi. Penetapan dan penyesuaian dengan posisi dilakukan dengan transformasi yaitu transformasi translasi, rotasi maupun dilasi yang dibuat sedemikian sehingga diperoleh jarak yang sedekat mungkin. Setelah proses tersebut dilakukan dapat diketahui sejauh mana konfigurasi data analisis faktor dapat menggambarkan data asal.

Pada makalah ini akan disajikan penentuan rotasi yang sesuai dalam analisis faktor dengan analisis procrustes sehingga bisa didapatkan hasil yang bisa menggambarkan data asal sedekat mungkin dengan rotasi yang terbaik. Dalam makalah ini dibatasi hanya rotasi *varimax, equamax, quartimax, quartimin, biquartimin, covarimin* dan *oblimin* serta menggunakan ekstraksi faktor dengan menggunakan metode komponen utama.

## LANDASAN TEORI

Pada dasarnya analisis faktor bertujuan untuk mendapatkan sejumlah faktor yang memiliki sifat-sifat (1) Mampu menerangkan semaksimal mungkin keragaman data (2) Faktor-faktor saling bebas.

Analisis faktor menerangkan variasi sejumlah variabel asal dengan menggunakan faktor yang lebih sedikit dan yang tidak teramati dengan anggapan bahwa semua variabel asal dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari faktor-faktor itu ditambahkan dengan suku residual [4].

Variabel random X yang diamati dengan p buah variabel komponen, yang memiliki rata-rata $\mu$ dan matriks kovarian $\Sigma$, maka model faktor dari X yang merupakan kombinasi linier beberapa variabel saling bebas yang tidak teramati adalah $F_1, F_2, \dots, F_m$ disebut sebagai *common factors* dan ditambahkan dengan $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$ disebut *specific factor* , sehingga secara khusus dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} X_1 - \mu_1 &= l_{11} F_1 + l_{12} F_2 + \dots + l_{1m} F_m + \varepsilon_1 \\ &\;\vdots \\ X_p - \mu_p &= l_{p1} F_1 + l_{p2} F_2 + \dots + l_{pm} F_m + \varepsilon_p \end{aligned} \qquad (1)$$

Dengan $F_j$ = *Common factor* ke –j
$L_{ij}$ = *Loading factor* ke-j dari variabel ke-i
$\varepsilon_i$ = *specific factor* ke-i , i = 1, 2, . . . , p dan j = 1, 2, . . . , m

Dalam notasi matriks persamaan dapat ditulis sebagai

$$X_{(px1)} - \mu_{(px1)} = L_{(pxm)} F_{(mx1)} + \varepsilon_{(px1)} \qquad (2)$$

Untuk mempermudah pembuktian secara langsung beberapa kuantitas tak teramati, maka ditambahkan beberapa asumsi sebagai berikut :

1. $E[F] = 0_{(mx1)}$ , $Cov[F] = E[F F'] = I_{(mxm)}$
2. $E[\varepsilon] = 0_{(px1)}$ , $Cov[\varepsilon] = E[\varepsilon \varepsilon'] = \Psi_{(pxp)}$

   Dengan $\Psi_{(pxp)} = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_2 & & 0 \\ . & & & . \;.. \\ 0 & 0 & \dots & y_p \end{bmatrix}$
3. Jika F dan $\varepsilon$ saling bebas, maka $Cov[\varepsilon, F] = E[\varepsilon F'] = 0_{(pxm)}$

Asumsi tersebut dalam hubungannya dengan persamaan (2) merupakan model faktor *orthogonal*, dalam notasi matriks ditulis sebagai :

$$X_{(px1)} = \mu_{(px1)} + L_{(pxm)} F_{(mx1)} + \varepsilon_{(px1)} \qquad (3)$$

Secara garis besar tahapan-tahapan [5] dalam melakukan analisis faktor adalah

1. Menghitung matriks korelasi antar semua variabel
2. Ekstraksi faktor dengan estimasi *loading factor* dan *specific variance*
3. Merotasi faktor
4. Estimasi *factor score*

## Matriks Korelasi

Karena salah satu tujuan dari analisis faktor adalah untuk memperoleh faktor yang dapat menjelaskan korelasi, maka variabel-variabel harus berkorelasi satu sama lain. Jika korelasi antar variabel kecil, maka kemungkinan besar variabel-variabel tersebut terletak pada faktor yang berbeda [5].

Jumlah kuadrat dari loading untuk variabel ke-i pada faktor ke-j disebut *communality* ke-i dan varians dari *specific factor* disebut *specific variance* $\Psi$. Jika *communality* ditandai dengan $h_i^2$, maka dari $\Sigma = L L' + \Psi$ didapat [4]

$$\text{Var}(X_i) = l_{i1}^2 + \ldots + l_{im}^2 + \Psi_i^2 \text{ atau } h_i^2 = l_{i1}^2 + \ldots + l_{im}^2$$

$$\sigma_{ii} = h_i^2 + \Psi_i^2 \qquad (4)$$

## Ekstraksi Faktor

Tujuan dari ekstraksi faktor adalah untuk mendapatkan nilai tiap anggota *common factor* dengan menghitung estimasi dari *loading factor* $l_{ij}$ dan *specific variance* $\Psi_i$. Ada dua metode estimasi *loading factor* yaitu dengan metode komponen utama dan maksimum likelihood. Dasar dari metode komponen utama adalah memaksimumkan kontribusi dari variabel-variabelnya pada faktor $F_1, \ldots, F_m$ berturut-turut. Misalkan matriks $\Sigma$ mempunyai pasangan " *eigenvalue-eigenvector* " $(\lambda_1, e_1), (\lambda_2, e_2), \ldots, (\lambda_p, e_p)$ dengan $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_p$. Maka

$$\Sigma = \lambda_1 e_1 e'_1 + \lambda_2 e_2 e'_2 + \ldots + \lambda_p e_p e'_p$$

$$= \left[\sqrt{l_1 e_1} \quad \sqrt{l_2 e_2} \quad \ldots \quad \sqrt{l_\mathrm{p} e_p}\right] \begin{bmatrix} \sqrt{l_1 e_1'} \\ \sqrt{l_2 e_2'} \\ . \\ \sqrt{l_p e_p'} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Struktur kovarian di atas sesuai untuk model analisis faktor yang memiliki faktor sebanyak p dan *specific variance* $\Psi_I = 0$ untuk setiap i. *Loading factor* memiliki kolom ke – j : $\sqrt{l_j e_j}$ . Dengan demikian, persamaan (5) dapat ditulis

$\Sigma_{(pxp)} = L_{(pxp)} L'_{(pxp)} + 0_{(pxp)} = LL'$

Bagian dari faktor $\sqrt{l_j}$ , yaitu *loading factor* ke-j adalah koefisien komponen utama ke-j dari populasi. Gambaran analisis faktor (5) kurang berguna, sebab pada umumnya p-m *eigenvalue* terakhir adalah kecil sehingga nilai $\lambda_{m+1}\, e_{m+1}\, e'_{m+1} + \ldots + \lambda_p\, e_p\, e'_p$ pada $\Sigma$ dalam persamaan (5) dapat diabaikan.

Dengan demikian dapat diperoleh estimasi:

$$\hat{\sum} = \left[\sqrt{l_1 e_1} \quad \sqrt{l_2 e_2} \quad \ldots \quad \sqrt{l_m e_m}\right] \begin{bmatrix} \sqrt{l_1 e_1'} \\ \sqrt{l_2 e_2'} \\ . \\ \sqrt{l_m e_m'} \end{bmatrix}$$

$$= L_{(pxm)} L'_{(mxp)} \tag{6}$$

Estimasi dalam persamaan (6) diperoleh dengan anggapan bahwa *specific factor* $\varepsilon$ kurang penting sehingga dapat diabaikan dalam pemfaktoran $\Sigma$. Jika *specific factor* dimasukkan dalam model, variannya bisa diperoleh dari elemen diagonal $\Sigma$ - LL'. Dengan demikian estimasi *specific factor* menjadi

$$\Psi = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & y_2 & & 0 \\ . & & & . \quad .. \\ 0 & 0 & \ldots & y_p \end{bmatrix} \quad \text{dengan } y_i = s_{ii} - \sum_{j=1}^{m} \hat{l}_{ij}^2 \quad , \text{i = 1, 2, . . ., p} \tag{7}$$

Sehingga

$\Sigma = LL' + \Psi$

$$= \left[\sqrt{l_1}e_1 \quad \sqrt{l_2}e_2 \quad \ldots \quad \sqrt{l_m}e_m\right] \begin{bmatrix} \sqrt{l_1}e_1' \\ \sqrt{l_2}e_2' \\ . \\ \sqrt{l_m}e_m' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & y_2 & & 0 \\ . & & & . \\ 0 & 0 & \ldots & y_p \end{bmatrix}$$

Jika anggota *common factor* tidak ditentukan oleh pertimbangan yang didasarkan pada kerja dari peneliti sebelumnya, maka penentuan anggota *common factor* didasarkan pada taksiran *eigenvalue*, jika sebagian besar misalnya lebih dari 75 % total varians total populasi untuk sejumlah p variabel dapat diterangkan oleh satu, dua, atau lebih komponen utama, maka komponen-komponen itu dapat menggantikan p variabel asal, tanpa mengurangi banyak informasi, atau dengan menetapkan banyaknya anggota *common factor* sama dengan banyaknya faktor yang mempunyai *eigenvalue* lebih dari satu [5].

## Rotasi Faktor

Tujuan dari rotasi faktor adalah untuk menyederhanakan struktur dengan mentransformasi faktor untuk mendapatkan faktor baru yang lebih mudah untuk diinterpretasikan. Rotasi faktor dilakukan dengan cara merotasikan *loading factor* L, dengan menggunakan metode rotasi sehingga menghasilkan *loading factor* baru $\tilde{L}$ .

$$\tilde{L}_{(p \times m)} = L_{(pxm)} \; T_{(mxm)} \tag{8}$$

dengan T adalah matriks transformai yang dipilih.

Metode rotasi ada dua macam yaitu rotasi *orthogonal*, yang mempertahankan sumbu antara faktor tetap tegak lurus setelah dirotasi dan rotasi *oblique*, sumbu faktor dapat berotasi secara independen, tidak perlu tegak lurus. Rotasi *orthogonal* ada 3 macam yaitu *varimax*, *quartimax* dan *equamax*. Sedangkan rotasi *oblique* ada 4 macam yang popular yaitu *quartimin, biquartimin, covarimin* dan *oblimin* [2].

Setelah melakukan rotasi maka dilanjutkan dengan mencari *factor score* yang merupakan taksiran dari nilai vector $F_1$, $F_2$ , . . . . , $F_m$. $\hat{f}_j$ adalah taksiran $f_j$ yang dicapai oleh $F_j$. j = 1, 2 , . . . , m. Selanjutnya *factor score* adalah

$$\hat{f}_j = (\tilde{L}'\tilde{L})^{-1}\tilde{L}'(X_j - \overline{X}) \tag{9}$$

Dari faktor yang terbentuk dapat memberikan penjelasan bahwa antara variabel di dalam faktor tertentu mempunyai hubungan yang sangat kuat, namun terhadap variabel dalam faktor lain mempunyai hubungan yang relatif kecil [4].

## Analisis Procrustes

Prinsip dasar dari analisis procrustes adalah salah satu kelompok diambil sebagai yang ditetapkan dan yang yang lain yang ditransformasikan sedenikian sehingga kedua kelompok tersebut menjadi sedekat mungkin [3].

Dalam hal ini konfigurasi data hasil analisis faktor yang sudah terotasi dibandingkan dengan data asal. Data asal diambil sebagai yang ditetapkan , sedangkan data hasil analisis faktor disesuaikan sedekat mungkin. Dalam analisis procrustes dikenal tiga transformasi geometris yaitu : translasi, rotasi, dan dilasi. Ketiga transformasi ini merupakan tahap-tahap penyesuaian terhadap konfigurasi-konfigurasi yang akan dibandingkan sehingga dicapai norma kuadrat perbedaan yang minimum.

Misalkan X dan Y adalah matriks berukuran n x p, maka untuk membandingkan kedekatan antara dua konfigurasi, metode ini mendasarkan perhitungannya pada jumlah kuadrat jarak antar titik yang bersesuaian yaitu :

$$
\begin{aligned}
M^2 &= \Sigma_i \Sigma_j ( x_{ij} - y_{ij} )^2 \\
&= \text{trace} [ ( X - Y ) ( X - Y )' ]
\end{aligned}
$$

Jadi sebelum menghitung $M^2$, maka terlebih dahulu dilakukan penyesuaian dengan translasi, rotasi maupun dilasi terhadap suatu konfigurasi untuk memperoleh posisi yang paling sesuai, sehingga kedua matriks menjadi semakin dekat. [3].

Translasi adalah perpindahan posisi seluruh titik melalui jarak dan arah yang konstan. Penyesuaian ini dimaksudkan untuk meminimumkan nilai $M^2$ dengan proses pemusatan (*mean centering* ) masing-masing konfigurasi, sehingga kedua pusat konfigurasi berimpit. Rotasi adalah perpindahan posisi seluruh titik membentuk sudut yang konstan tanpa mengubah jarak titik terhadap pusatnya. Proses ini dimaksudkan untuk memutar salah satu konfigurasi agar perbedaannya menjadi semakin kecil. Dilasi adalah pembesaran atau pengecilan jarak setiap titik dalam konfigurasi terhadap pusatnya. Dilasi dapat dilakukan melalui penggandaan suatu faktor dengan suatu skalar c.

**Ukuran Kesesuaian Dua Konfigurasi**

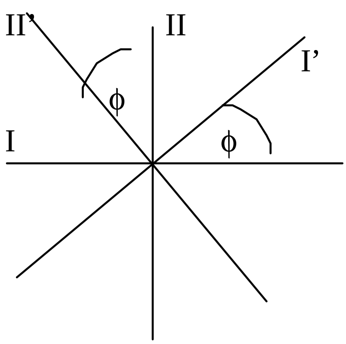
Ukuran kesesuaian dua konfigurasi menggambarkan kedekatan (kesesuaian) antara dua matriks. Semakin tinggi nilainya , maka kedua konfigurasi tersebut akan semakin dekat (sama). Ukuran kesesuaian dapat dirumuskan sebagai:

$$R^2 = 1 - M^2_{min} / \text{trace}\ (X'X)$$

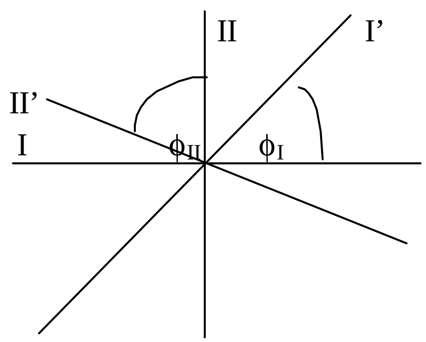
Nilai $R^2$ berkisar anatar 0 – 100 %, semakin dekat ke 100 % , semakin dekat dua konfigurasi tersebut [3].

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Tujuan dari tiap tahapan dalam analisis faktor menitikberatkan agar didapatkan solusi yang lebih baik yaitu lebih mudah membuat interpretasi dari masalah yang ada. Salah satu tahapan dalam analsis faktor adalah rotasi faktor. Ada dua macam metode untuk merotasikan sumbu faktor. Pertama rotasi *orthogonal,* yang mempertahankan sumbu antara faktor tetap tegak lurus setelah rotasi. Kedua rotasi *oblique* , tidak memiliki kontruksi yang tetap, sumbu faktor dapat berotasi secara independen, sumbu tidak perlu tegak lurus dengan yang lain setelah berotasi.




Gambar 3.1. Rotasi *orthogonal*




Gambar 3.2. Rotasi *oblique*

Gambar diatas mengilustrasikan dua macam rotasi. Hanya ada satu sudut yaitu sudut $\phi$ pada rotasi *orthogonal,* sedangkan pada rotasi *oblique* sudut antara sumbu I asal dengan setelah rotasi ditandai dengan sudut $\phi_I$ dan sudut antara sumbu II asal dengan setelah rotasi ditandai dengan sudut $\phi_{II}$ [2].

## Rotasi Orthogonal dalam Analisis Faktor

Ada tiga macam metode dalam rotasi *orthogonal* yang popular yaitu *varimax, quartimax,* dan *equamax.* Metode *varimax* yang paling popular diantara ketiga metode tersebut dan paling sering digunakan untuk merotasi dari solusi komponen utama. Metode *varimax* disarankan oleh Kaiser. Prosedur dari metode *varimax* dengan meminimalkan jumlah variabel yang mempunyai *loading* tinggi pada suatu faktor. Metode *quartimax* lebih menekankan pada penyederhanaan interpretasi dari variabel-variabelnya sehingga solusinya dengan meminimalkan jumlah faktor yang dibutuhkan untuk menjelaskan suatu variabel. Metode *equamax* merupakan kombinasi dari metode *varimax* dalam penyederhanaan faktor dan metode *quartimax* dalam penyederhanaan interpretasi variabel [5].

## Rotasi *Oblique* dalam Analisis Faktor

Terdapat empat macam metode yang popular dalam rotasi *oblique* yaitu metode *quartimin, covarimin, biquartimin* dan *oblimin*.

Metode *quartimin* dengan meminimalkan jumlah dari loading. Metode *covarimin* pada rotasi *oblique* analog dengan *varimax* pada rotasi *orthogonal* yaitu dengan meminimalkan jumlah variabel yang mempunyai loading tinggi pada suatu faktor. Metode *biquartimin* merupakan kompromi antara metode *quartimin* dengan *covarimin* secara bergantian. Metode *oblimin* mirip dengan metode *biquartimin* pada perpaduan metode *quartimin* dan *covarimin*.

## Algoritma Mendapatkan *Factor Score* dalam Analisis Faktor

1. Membentuk matriks korelasi dari matriks X berukuran n x p.
2. Menghitung *eigenvalue* dan *eigenvector* dari matriks korelasi
3. Mengambil *eigenvalue* yang lebih besar dari 1.
4. Membentuk matriks *loading factor* L = $\sqrt{l_1 e_1} \ldots \sqrt{l_p e_p}$ dengan λ *eigenvalue* dan e *eigenvector.*
5. Merotasi matriks *loading factor* L sehingga terbentuk matriks $\tilde{L} = L * T$ dengan T matriks transformasi.
6. Menghitung *factor score* dengan $\hat{f} = (\tilde{L}'\tilde{L})^{-1} \tilde{L}'X$

**Algoritma Menghitung Jumlah Kuadrat Jarak dengan Analisis Procrustes**

1. Membentuk matriks X dari data asal berukuran n x p dan Y berukuran n x m dari data *factor score* hasil Analisis faktor.
2. Penyamaan dimensi dengan menambahkan kolom nol pada matriks Y (yang dimensinya lebih rendah) sehingga Y berukuran n x p.
3. Pemusatan matriks X dan Y
4. Merotasi matriks Y dengan menggandakan matriks Y dengan matriks *orthogonal* T sehingga didapatkan matriks YT.
5. Menggandakan matriks YT dengan skalar $c = \frac{trace(XT'Y')}{trace(YY')}$ sehingga didapatkan matriks Z.
6. Menghitung jumlah kuadrat jarak $M^2$ dan ukuran kesesuaian $R^2$ antara matriks X dengan Z.

**Contoh Kasus**

Program yang telah dibuat akan diuji coba menggunakan data sekunder. Dalam pembahasan ini dipilih dua data sebagai berikut :

1. Data I adalah data SCH yaitu log $LC_{50}$ tiap spesies ikan terhadap kandungan bahan kimia dari Sloof Canton & Hermens [6]. Kandungan bahan kimia yang digunakan antara lain n-propanol, n-heptanol, Ethyl acetate, Acetone, trichloroethylene, Allylamine, Aniline, Benzene, Pyridine, o-cresol dan Salicylaldehyde.
2. Data II adalah data penelitian Lucia Aridinanti & Purhadi tentang penggolongan Daerah Tingkat II di Jawa Timur berdasarkan pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto menurut lapangan usaha. Data diambil pada 37 daerah tingkat II, yang masing-masing tempat dihitung produk domestiknya antara lain pertambangan dan galian, industri pengolahan, listrik, gas dan air minum, bangunan, perdagangan, pengangkutan dan komunikasi, bank dan lembaga keuangan lainnya, sewa rumah, pemerintahan dan pertahanan serta jasa-jasa.

**Data SCH**

Pada data SCH tentang kepekaan 15 macam spesies ikan air tawar terhadap 11 macam kandungan bahan kimia sberarti memuat 11 variabel dari 15 obyek pengamatan. Dengan menggunakan komputer (S-Plus), didapatkan *eigenvalue* dari matriks korelasi seperti yang tercantum pada Tabel 3.1

Tabel 3.1. *Eigenvalue* untuk Data SCH

| Komponen | *Eigenvalue* | Prosentase | Prosentase kumulatif |
|---|---|---|---|
| 1 | 2.9462 | 26.784 | 26.7 84 |
| 2 | 2.3893 | 21.721 | 48.505 |
| 3 | 1.8381 | 16.711 | 65.216 |
| 4 | 1.1038 | 10.035 | 75.251 |
| 5 | 1.0899 | 9.908 | 85.159 |
| 6 | 0.6876 | 6.251 | 91.411 |
| 7 | 0.6105 | 5.551 | 96.961 |
| 8 | 0.1631 | 1.483 | 98.444 |
| 9 | 0.0932 | 0.848 | 99.292 |
| 10 | 0.0433 | 0.394 | 99.687 |
| 11 | 0.0344 | 0.313 | 100.000 |

Dari *eigenvalue* yang didapat akan dilihat banyaknya komponen yang mempunyai *eigenvalue* labih besar dari satu untuk menjadi dasar dalam menentukan banyaknya anggota *common factor* yang akan digunakan. Karena *eigenvalue* yang lebih besar dari satu sebanyak lima, maka banyaknya *common factor* yang digunakan adalah lima faktor. Langkah kedua adalah ekstraksi faktor atau mencari nilai *loading factor* dengan mengalikan *eigenvalue* dengan *eigenvector* yang berpasangan. Matriks *loading factor* L diperlihatkan pada Tabel 3.2 dan persamaan umum model faktor adalah X = LF.

Tabel 3.2. *Loading factor* untuk Data SCH

| Variabel | Faktor 1 | Faktor 2 | Faktor 3 | Faktor 4 | Faktor 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.346 | **-0.804** | 0.269 | -0.194 | 0.010 |
| 2 | 0.398 | **0.596** | 0.181 | 0.053 | **-0.524** |
| 3 | **0.756** | -0.217 | 0.328 | -0.118 | 0.363 |
| 4 | 0.483 | -0.492 | 0.020 | **0.506** | 0.141 |
| 5 | -0.113 | **-0.544** | 0.263 | **-0.597** | -0.326 |
| 6 | 0.293 | 0.391 | **0.779** | -0.246 | -0.105 |
| 7 | **0.582** | -0.369 | -0.643 | -0.154 | -0.104 |
| 8 | -0.447 | -0.367 | 0.281 | 0.423 | -0.463 |
| 9 | -0.443 | **-0.608** | 0.103 | 0.142 | -0.263 |
| 10 | **0.597** | 0.075 | **-0.579** | -0.112 | -0.478 |
| 11 | **0.818** | 0.002 | 0.329 | 0.373 | -0.147 |

*Loading factor* yang lebih besar dari 0.50 mengindikasikan bahwa variabel berkorelai kuat dengan faktor. Pada variabel pertama $X_1$ memberi kontribusi hanya pada faktor 2, $X_2$ memberi kontribusi pada faktor 2 dan 5, dan seterusnya.

*Loading factor* L pada Tabel 3.2 dirotasikan dengan rotasi *varimax* diperoleh matriks *loading factor* setelah dirotasi $\tilde{L}$, terlihat pada Tabel 3.3 dengan persamaan model faktor X = $\tilde{L}$ F.

Tabel 3.3 *Loading factor* setelah dirotasi *varimax – Data SCH*

| Variabel | Faktor 1 | Faktor 2 | Faktor 3 | Faktor 4 | Faktor 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **0.559** | -0.102 | -0.076 | **-0.722** | 0.164 |
| 2 | -0.043 | 0.052 | -0.210 | 0.213 | **-0.855** |
| 3 | **0.727** | 0.485 | 0.022 | -0.301 | -0.128 |
| 4 | **0.817** | -0.166 | -0.157 | 0 .057 | 0.170 |
| 5 | -0.139 | -0.193 | -0.029 | **-0.885** | -0.004 |
| 6 | 0.099 | 0.264 | 0.419 | -0.242 | **-0.776** |
| 7 | 0.274 | 0.188 | **-0.855** | -0.161 | 0.236 |
| 8 | 0.015 | **-0.874** | 0.196 | -0.069 | -0.024 |
| 9 | -0.011 | **-0.687** | 0.096 | -0.315 | 0.295 |
| 10 | 0.037 | 0.121 | **-0.926** | 0.043 | -0.251 |
| 11 | **0.781** | 0.040 | -0.165 | 0.082 | **-0.543** |

Terlihat bahwa setelah dirotasi *varimax* solusinya lebih baik daripada sebelumnya, hanya $X_1$ dan $X_{11}$ yang berkorelasi dengan lebih dari satu faktor.

*Loading factor* yang telah dirotasikan $\tilde{L}$ dicari *factor score* dengan rumus $\hat{f}_j = (\tilde{L}'\tilde{L})^{-1}\tilde{L}'(X_j - \overline{X})$ untuk diketahui kelompok yang berhubungan erat dengan factor. Hasil *factor score* rotasi *varimax* dapat dilihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4 *Factor Score* Hasil Rotasi *Varimax* - Data SCH

| | Factor 1 | Factor 2 | Factor 3 | Factor 4 | Factor 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2.488 | -0.049 | 0.625 | -1.575 | 1.336 |
| 2 | 0.410 | -0.773 | 1.548 | -0.239 | -0.352 |
| 3 | -0.476 | -0.256 | 1.896 | 1.049 | -0.250 |
| 4 | -0.639 | -1.169 | 0.941 | 0.065 | -0.721 |
| 5 | 0.207 | -0.004 | -0.723 | 0.708 | -1.895 |
| 6 | 1.471 | 1.517 | 0.102 | 0.409 | -1.725 |
| 7 | 0.006 | 0.994 | -1.082 | -0.535 | -0.563 |
| 8 | -0.397 | 0.382 | -1.445 | -0.213 | 0.285 |
| 9 | -1.034 | 0.988 | 0.532 | -1.276 | 0.206 |
| 10 | -1.367 | 1.460 | 0.703 | 0.505 | 1.065 |
| 11 | -1.076 | -1.081 | -0.572 | -1.145 | -0.352 |
| 12 | -0.796 | -0.889 | -0.676 | -1.338 | -0.024 |
| 13 | -0.063 | 1.021 | -0.253 | 0.978 | 1.415 |
| 14 | 0.593 | -0.815 | -0.680 | 1.226 | 0.823 |
| 15 | 0.359 | -1.324 | -0.918 | 1.379 | 0.748 |

Dengan cara yang sama didapatkan *loading factor* setelah rotasi *equamax,* dan *quartimax ,quartimin, biquartimin, covarimin* dan *oblimin. .*

*Factor score* masing-masing rotasi dibandingkan dengan data asal menggunakan analisis procrustes, dengan menghitung jumlah kuadrat jarak $M^2$ serta $R^2$ (ukuran kesesuaian dua konfigurasi) diberikan pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5. Nilai $M^2$ dan $R^2$ untuk Data SCH

| **Rotasi** | $M^2$ | $R^2$ |
|---|---|---|
| Varimax | 12.53316 | 0.6885 |
| Equamax | 12.53316 | 0.6885 |
| Quartimax | 12.53316 | 0.6885 |
| Quartimin | 11.06877 | 0.7249 |
| Biquartimin | 11.14015 | 0.7232 |
| Covarimin | 11.14408 | 0.7231 |
| Oblimin | 11.14408 | 0.7231 |

Nilai $M^2$ dan $R^2$ pada ketiga rotasi *orthogonal* yaitu *varimax, equamax* dan *quartimax* menghasilkan nilai yang sama yaitu berturut-turut 12.53316 dan 0.6885 dikarenakan ketiga macam metode tersebut tidak berbeda dalam jarak antara data asal dengan *factor score* yang dihasilkan setelah rotasi dilakukan.

Nilai $M^2$ setelah dirotasi *quartimin* mempunyai nilai paling rendah yaitu 11.06877 daripada rotasi yang lain, dan memiliki nilai $R^2$ terbesar 0.7249 yang berarti *factor score* secara rotasi *quartimin* sesuai sebesar 72.49 % dengan data asal. Dari ketujuh macam rotasi yang digunakan dalam analisis factor, pada data ini lebih baik digunakan rotasi *oblique* apapun macamnya dibandingkan dengan rotasi *orthogonal*, dan yang paling baik dilakukan dengan rotasi *quartimin* walaupun dengan rotasi *oblique* yang hasilnya hampir sama.

**Data Penelitian Lucia A. & Purhadi**

*Eigenvalue* dari matriks korelasi untuk data penelitian Lucia & Purhadi dapat dilihat Tabel 3.6.

Tabel 3.6 *Eigenvalue* untuk Penelitian Lucia A & Purhadi

| Komponen | *Eigenvalue* | Prosentase | Prosentase kumulatif |
|---|---|---|---|
| 1 | 7.389 | 67.172 | 67.173 |
| 2 | 1.359 | 12.357 | 79.520 |
| 3 | 0.956 | 8.693 | 88.223 |
| 4 | 0.812 | 7.279 | 95.602 |
| 5 | 0.226 | 2.057 | 97.659 |
| 6 | 0.116 | 1.059 | 98.717 |
| 7 | 7.36e-2 | 0.669 | 99.387 |
| 8 | 2.94e-2 | 0.270 | 99.657 |
| 9 | 2.41e-2 | 0.195 | 99.852 |
| 10 | 9.86e-3 | 0.089 | 99.941 |
| 11 | 6.45e-3 | 0.058 | 100.000 |

Karena komponen yang mempunyai *eigenvalue* lebih dari satu ada dua, maka banyaknya *common factor* yang akan digunakan sebanyak dua factor. Nilai *loading factor* tercantum pada Tabel 3.7

Tabel 3.7. *Loading factor* untuk Data Penelitian Lucia & Purhadi

| Variable | Factor 1 | Factor 2 |
|---|---|---|
| 1 | 0.079 | 0.888 |
| 2 | -0.084 | 0.555 |
| 3 | 0.708 | -0.213 |
| 4 | 0.934 | -0.176 |
| 5 | 0.869 | 0.087 |
| 6 | 0.813 | 0.190 |
| 7 | 0.971 | -0.116 |
| 8 | 0.961 | -0.156 |
| 9 | 0.972 | -0.066 |
| 10 | 0.917 | 0.284 |
| 11 | 0.961 | 0.134 |

Tabel 3.8 *Loading factor* setelah dirotai dengan rotasi *varimax* data Penelitian Lucia & Purhadi

| Variable | Factor 1 | Factor 2 |
|---|---|---|
| 1 | 0.090 | 0.888 |
| 2 | -0.078 | 0.556 |
| 3 | 0.705 | -0.222 |
| 4 | 0.931 | -0.187 |
| 5 | 0.870 | 0.077 |
| 6 | 0.815 | 0.180 |
| 7 | 0.970 | -0.128 |
| 8 | 0.959 | -0.168 |
| 9 | 0.972 | -0.077 |
| 10 | 0.921 | 0.273 |
| 11 | 0.962 | 0.122 |

Dari Tabel 3.8 ditunjukkan bahwa *Loading factor* sebelum rotasi dengan setelah rotasi dilakukan tidak memperlihatkan perbedaan yang signifikan. Dengan demikian *loading factor* pada kedua factor sebelum dan setelah rotasi dilakukan dapat secara ringkas sebagai berikut :

1. Faktor 1 : Industri pengolahan; listrik, gas dan air minum; bangunan; perdagangan; pengangkutan dan komunikasi; bank dan lembaga keuangan lainnya; sewa rumah; pemerintahan & pertahanan dan jasa-jasa.
2. Faktor 2 : Pertanian dan pertambangan & galian.

Tabel 3.9 *Factor Score* rotasi *varimax* – Data Penelitian Lucia & Purhadi

| | Factor 1 | Factor 2 |
|---|---|---|
| 1 | -0.421 | -0.214 |
| 2 | -0.448 | -0.179 |
| 3 | -0.464 | -0.577 |
| 4 | -0.283 | 0.683 |
| 5 | -0.300 | -0.633 |
| 6 | -0.032 | 0.222 |
| 7 | 0.665 | 2.733 |
| 8 | -0.146 | 0.353 |
| 9 | 0.864 | 1.829 |
| 10 | 0.443 | 1.556 |
| 11 | -0.304 | -0.046 |
| 12 | -0.298 | -0.171 |
| 13 | -0.238 | 0.225 |
| 14 | 0.077 | 2.046 |
| 15 | 0.567 | -0.922 |
| 16 | -0.291 | -0.270 |
| 17 | -0.135 | -0.088 |
| 18 | -0.290 | -0.081 |
| 19 | -0.338 | -0.214 |
| 20 | -0.319 | -0.367 |
| | Factor 1 | Factor 2 |
| 21 | -0.214 | 0.007 |
| 22 | -0.213 | 0.030 |
| 23 | -0.219 | 0.016 |
| 24 | -0.228 | 0.638 |
| 25 | 0.313 | 0.391 |
| 26 | -0.416 | 0.058 |
| 27 | -0.459 | 0.288 |
| 28 | -0.455 | -0.394 |
| 29 | -0.034 | 2.175 |
| 30 | 0.406 | -1.245 |
| 31 | -0.602 | -1.154 |
| 32 | 0.724 | -1.060 |
| 33 | -0.428 | -1.126 |
| 34 | -0.599 | -1.225 |
| 35 | -0.579 | -1.117 |
| 36 | -0.479 | -1.141 |
| 37 | 0.451 | -1.022 |

Hasil *loading factor* serta *factor score* rotasi yang lain dapat dilihat pada lampiran. *Factor score* rotasi dibandingkan dengan data asal menggunakan analisis procrustes diberikan pada Tabel 3.10

Tabel 3.10 . Nilai $M^2$ dan $R^2$ untuk Data Penelitian Lucia & Purhadi

| Rotasi | $M^2$ | $R^2$ |
|---|---|---|
| Varimax | $7.206 \times 10^{17}$ | 0.6428 |
| Equamax | $7.206 \times 10^{17}$ | 0.6428 |
| Quartimax | $7.206 \times 10^{17}$ | 0.6428 |
| Quartimin | $7.183 \times 10^{17}$ | 0.6439 |
| Biquartimin | $7.188 \times 10^{17}$ | 0.6437 |
| Covarimin | $7.191 \times 10^{17}$ | 0.6435 |
| Oblimin | $7.191 \times 10^{17}$ | 0.6435 |

Nilai $M^2$ dan $R^2$ dari semua rotasi menunjukkan nilai yang tidak beda signifikan. Dengan kata lain rotasi apapun yang dilakukan memberikan hasil yang hampir sama.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan pada penulisan ini dapat disimpulkan bahwa :

1. Penentuan rotasi yang sesuai dalam Analisis Faktor bisa menggunakan Analisis Procrustes dengan menghitung jumlah kuadrat jarak $M^2$ antara data asal dengan data hasil analisis faktor. Rotasi dikatakan sesuai jika mempunyai nilai $M^2$ terkecil atau nilai $R^2$ terbesar.
2. Jenis rotasi yang sesuai dalam analisis faktor tergantung pada data. Dari data SCH terlihat bahwa rotasi *oblique* menghasilkan nilai $M^2$ yang lebih kecil dibandingkan dengan rotasi *orthogonal* . Sedangkan pada data penelitian Lucia A & Purhadi baik menggunakan rotasi *orthogonal* maupun *oblique* memberikan jumlah kuadrat jarak yang hampir sama.

Dalam penelitian ini dibatasi macam rotasi *varimax, equamax, quartimax, quartimin, biquartimin, covarimin* dan *oblimin*, serta ekstraksi faktor dengan metode komponen utama sedangkan untuk metode dan rotasi yang lain bisa dilakukan dalam penelitian lebih lanjut.

**DAFTAR PUSTAKA**

1. ANONIM, S-Plus Programmer's Manual, Mathsoft, Seatle., 1993.

2. DILLON, W., and GOLDSTEIN, M., 1981, Multivariate Analysis Methods and Application, John Wiley and sons, Inc. Canada.

3. HERAWATI, DYAH, Penggunaan Analisis Procrustes untuk Mengukur Kehilangan Informasi akibat Reduksi Dimensi dengan Analisis Gradien Langsung, Tesis, Jurusan Matematika, FMIPA, IPB, Bogor, 1997.

4. JOHNSON, RICHARD, A and WICHERN, D. W., Applied Multivariate Statistical Analysis, University of Wisconsin, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1982.

5. NORUSIS, M.J., Advanced Statistics SPSS/PC+ for the IBM PC/XT/AT, Michigan Avenue Chicago Illinois, 1986.

6. ROUX, M., Basic Procedure in Hierarchical Cluster Analysis, Editor: Devillers, J. and Carcher, W., Netherlands, 1991.

**DAFTAR RIWAYAT HIDUP**

1. Nama : Anik Purwaningsih, S.Si
2. Tempat/Tanggal Lahir : Magetan, 19 Juni 1980
3. Instansi : P2TIK-BATAN
4. Pekerjaan / Jabatan : Staf Bidang Komputasi P2TIK-BATAN
5. Riwayat Pendidikan :
    - S1 Matematika Universitas Airlangga Surabaya
6. Pengalaman Kerja : BATAN

Back