

MODEL NON-LINIER UNTUK DATA DENSITAS AIR DIKEMBANGKAN BERBASISKAN SOFTWARE CURVEEXPERT 1.3

Entjie Mochamad Sobbich, Arminda Kastono^{*}

ABSTRAK

MODEL NON-LINIER UNTUK DATA DENSITAS AIR DIKEMBANGKAN BERBASISKAN SOFTWARE CURVEEXPERT 1.3. Perkembangan piranti lunak telah banyak memberikan kontribusi dalam bentuk kemudahan dan percepatan untuk mencapai solusi suatu permasalahan (perhitungan) ilmiah, salah satu kontribusi itu adalah dalam hal pemodelan suatu data pengamatan. Data densitas dari air (H_2O) adalah data referensi yang sepintas nampak linier terhadap suhu namun dengan bantuan piranti lunak bernama CurveExpert 1.3 ternyata model-model lain yang notabene non-linier mampu memberikan kepresisian lebih tinggi dibandingkan model linier itu sendiri. Di dalam makalah ini, dengan bantuan piranti-lunak bernama CurveExpert 1.3 sejumlah model non-linier disajikan dan terpilih sebagai model yang akurat berdasarkan nilai kesalahan standar sedekat mungkin dengan nol dan nilai koefisien korelasi sedekat mungkin dengan satu. Beberapa model dengan keakuratan lebih baik dari model linier yang dihasilkan menggunakan CurveExpert 1.3 adalah : Gaussian Model, Sinusoidal fit, Weibull Model, Hoerl Model, MMF Model, dan Harris Model.

Kata kunci: Densitas air, Model non-linier, Curveexpert 1.3

ABSTRACT

NON-LINEAR MODEL FOR WATER DENSITY DATA DEVELOPED AND BASED ON CURVEEXPERT 1.3. Recent development of software makes much contribution in the form of easiness and speed to reach solution of scientific calculation, one of that contribution is in the modelling of observation data. Data of water (H_2O) density is reference data which at a glance look like so linear with respect to temperature but using CurveExpert 1.3 there was anevident that some other models which are non-linear have higher level of accuration than the linear model itself. In this paper, using software called CurveExpert 1.3 some non-linear models were presented and can be chosen as anaccurate model based on the criteria that the standard error is close to zero and the coefficient of correlation is close to one. Some models more accurate than the linear model resulting from CurveExpert 1.3 are Gaussian Model, Sinusoidal fit, Weibull Model, Hoerl Model, MMF Model, dan Harris Model.

Keywords : density of water, non-linear model, CurveExpert 1.3.

^{*} Pusat Penelitian KIM-LIPI

PENDAHULUAN

Pengukuran besaran fisis dari suatu material sebagai fungsi suhu pada umumnya dilakukan pada penambahan nilai (*increment*) yang tidak rapat. Ini umumnya karena alasan keterbatasan waktu dan ketidak sempurnaan sistem yang digunakan. Untuk densitas, umumnya nilainya disajikan per 10 °C khususnya jika rentang pengukuran yang diinginkan cukup lebar, sebagai misal dari 10 °C hingga 100 °C. Tentu saja kondisi penyajian yang tidak rapat ini tidak akan menguntungkan bagi pengguna (*user*) data tersebut. Proses interpolasi tidak akan memberikan keyakinan terhadap hasil perhitungan jika diinginkan nilai dengan keakuratan tertentu.

Di dalam makalah ini disajikan beberapa model non-linier untuk dipakai sebagai alternatif. Hal ini memungkinkan mengingat perkembangan piranti lunak (*software*) yang semakin berkembang sehingga sekarang ini sebenarnya orang tidak harus terpaku pada satu model. Model-model lain pun dapat digunakan asalkan dilakukan uji statistika tertentu untuk membuktikan kepresisiannya.

Piranti lunak yang digunakan untuk menyajikan model non-linier dari densitas air adalah CurveExpert 1.3. dan beberapa model unggulan yang dihasilkan adalah terdiri dari Gaussian Model, Sinusoidal fit, Weibull Model, Hoerl Model, MMF Model, dan Harris Model. Model-model ini memiliki nilai koefisien korelasi lebih dari yang dihasilkan oleh model linier yang hanya sebesar 0,9842573 dan kesalahan standar 0,0026891.

DENSITAS

Definisi

Ada satu variabel ukur yang sangat penting berkaitan dengan berat atau ringannya suatu jenis material, karakteristik itu adalah densitas. Sebagai besaran fisis, densitas menyatakan kerapatan antar molekul dalam material sehingga secara tidak langsung setiap zat dapat ditengarai dari densitasnya.

Densitas didefinisikan sebagai rasio antara massa dan volume material, atau :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

dengan:

ρ	densitas, (g/cm ³)
m	massa, (g)
V	volume, (cm ³).

DENSITAS AIR

Air memiliki nilai densitas yang dipandang sebagai referensi. Nilainya pada kondisi standar (suhu 4 °C dan tekanan 1 atmosfer) diterima secara internasional adalah

$$\rho_{H_2O} = 1,00 \text{ g/cm}^3.$$

Sebagaimana besaran-besaran fisis lainnya, nilai densitas air berubah terhadap suhu, dan data referensi untuk rentang suhu dari 10°C hingga 100 °C ditunjukkan oleh Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Densitas Air

Suhu (°C)	Densitas (g/cm ³)
10	0.99973
20	0.99823
30	0.99562
40	0.99224
50	0.98807
60	0.98324
70	0.97781
80	0.97183
90	0.96534
100	0.95838

PARAMETER UJI

Antara data pengamatan dan modelnya pada umumnya terjadi ketidak akuran (*disagreement*). Namun demikian, model sendiri menyatakan suatu upaya untuk menyajikan data secara matematis dengan performa maksimum atau dengan deviasi yang diminimisasi.

Pemodelan kurva regresi menggunakan piranti lunak CurveExpert 1.3 memberikan hasil akses kurva regresi dengan menampilkan parameter uji: kesalahan standar, koefisien korelasi, dan kurva residu.

KESALAHAN STANDAR

Kesalahan Standar (S) adalah parameter uji yang diestimasi dari persamaan :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\rho_i - f(T_i))^2}{n - m}} \quad (2)$$

dengan

- S kesalahan standar
- ρ_i titik-titik data
- $f(T_i)$ hasil perhitungan dari model regresi
- n banyaknya data
- m banyaknya variabel bebas.

Kesalahan standar dari besaran yang diestimasi menyatakan besarnya sebaran titik-titik data disekitar kurva regresi. Semakin berkualitas model data, kesalahan standar semakin mendekati nol.

KOEFISIEN KORELASI

Ukuran lain dari “goodness of fit” adalah koefisien korelasi (r) yang di CurveExpert 1.3 dinyatakan sebagai

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} \quad (3)$$

dengan

- r koefisien korelasi

sedangkan

$$S_t = \sum_{i=1}^n (\bar{\rho} - \rho_i)^2 \quad (4)$$

$$S_r = \sum_{i=1}^n (\rho_i - f(T_i))^2 \quad (5)$$

dan

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i \quad \text{rerata dari titik-titik data.} \quad (6)$$

Semakin bagus performa model dapat dilihat dari nilai koefisien korelasi yang semakin dekat dengan 1 (satu). Hasil pengepasan yang kian sempurna terjadi bila nilai kesalahan standar semakin dekat ke 0 (nol) dan koefisien korelasi dekat ke 1 (satu).

KURVA RESIDU

Residu dari titik data ke i dinyatakan sebagai

$$\text{Residu} = \rho_i - f(T_i) \quad (7)$$

dengan

$$\begin{array}{ll} \rho_i & \text{nilai hasil pengukuran} \\ f(T_i) & \text{nilai hasil prediksi.} \end{array}$$

Plot kurva residu ditampilkan dalam bentuk diagram yang menyatakan besarnya perbedaan antara titik data terhadap model. Jika residu bernilai positif (di atas sumbu datar) berarti titik data berada di atas prediksi model, sebaliknya jika residu bernilai negatif maka titik data berada di bawah prediksi model. Model yang baik harus memberikan nilai residu sekecil mungkin, selain itu total nilai residu positif dan negatif harus seimbang.

ALGORITMA LEVENBERG-MARQUARDT

CurveExpert 1.3 memanfaatkan metoda Levenberg-Marquardt untuk menyelesaikan pemodelan non-linier. Algoritma dari metoda ini adalah sebagai berikut :

- [1] Hitung $\chi^2(a)$
- [2] Ambillah nilai tertentu untuk λ (CurveExpert menggunakan 0,01)
- [3] Dapatkan δa dari persamaan
- [4] Evaluasi $\chi^2(a + \delta a)$
- [5] Jika $\chi^2(a + \delta a) \geq \chi^2(a)$, kalikan λ dengan suatu faktor (CurveExpert menggunakan 10) dan kembali ke [3].
- [6] Jika $\chi^2(a + \delta a) < \chi^2(a)$, bagilah λ dengan suatu faktor (CurveExpert menggunakan 10), koreksi vektor parameter dengan $a = a + \delta a$, dan kembalilah ke [3].

Iterasi dihentikan bila $\chi^2(a + \delta a) - \chi^2(a) < \text{toleransi}$. Toleransi yang diambil oleh CurveExpert adalah 10^{-6} .

EKSEKUSI PROGRAM

CurveExpert 1.3 adalah piranti lunak yang memanfaatkan metoda Levenberg-Marquardt untuk menghasilkan model-model non-linier. Aplikasi metoda ini untuk data densitas air dari 10 °C hingga 100 °C menghasilkan model-model dengan keakuratan tertentu sebagai berikut.

1. Gaussian Model

Bentuk model
$$\rho = a * \exp\left(-\frac{(T - b)^2}{2c^2}\right)$$

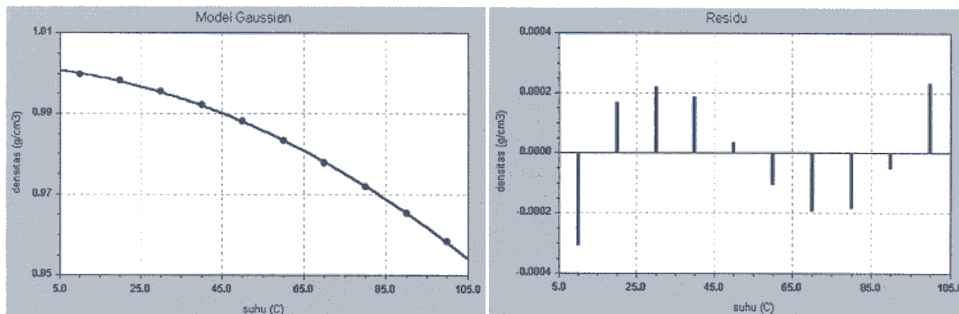
Koefisien-koefisien

$$\begin{aligned} a &= 1,0019569 \\ b &= -13.497853 \\ c &= 379.55836 \end{aligned}$$

Kesalahan Standar $S = 0,0002228$

Koefisien Korelasi $r = 0,9999062$

Kurva Regresi dan Kurva Residu



Gambar 1. Kurva Regresi dan Kurva Residu *Gaussian Model*

2. Sinusoidal Fit

Bentuk model $\rho = a + b * \cos(cT + d)$

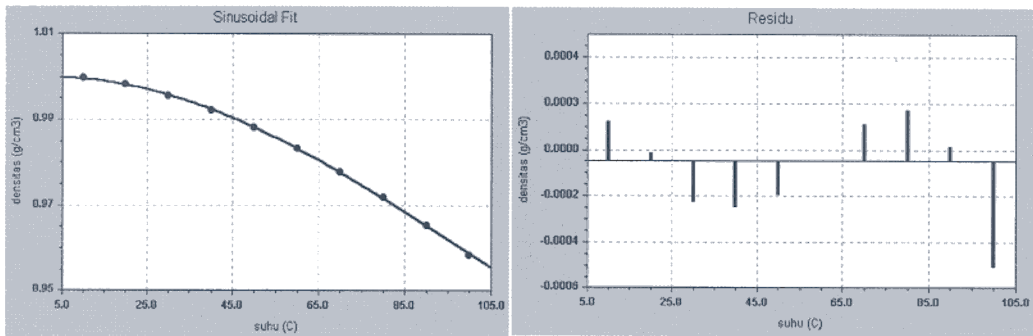
Koefisien-koefisien

$$\begin{aligned} a &= 0,96136825 \\ b &= 0,038512317 \\ c &= 0,016740781 \\ d &= -0,037545139 \end{aligned}$$

Kesalahan Standar $S = 0,0002625$

Koefisien Korelasi $r = 0,9998884$

Kurva Regresi dan Kurva Residu



Gambar 2. Kurva Regresi dan Kurva Residu *Sinusoidal Fit*

3. Weibull model

Bentuk model $\rho = a - b * \exp(-c * T^d)$

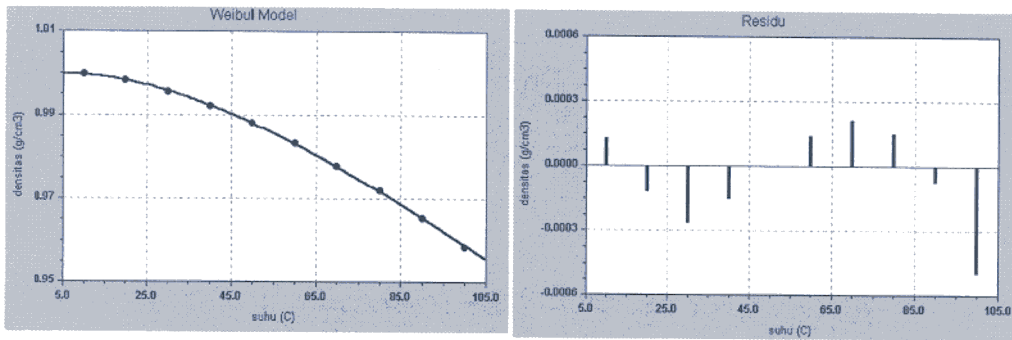
Koefisien-koefisien

$$\begin{aligned} a &= 0,99979809 \\ b &= 10,777269 \\ c &= 21,378114 \\ d &= -0,29191991 \end{aligned}$$

Kesalahan Standar $S = 0,0002779$

Koefisien Korelasi $r = 0,9998748$

Kurva Regresi



Gambar 3. Kurva Regresi dan Kurva Residu *Weibull Model*

4. *Hoerl Model*

Bentuk model

$$\rho = a * b^T * T^c$$

Koefisien-koefisien

$$a = 0,8062661$$

$$b = 0,9926724$$

$$c = 0.01119531$$

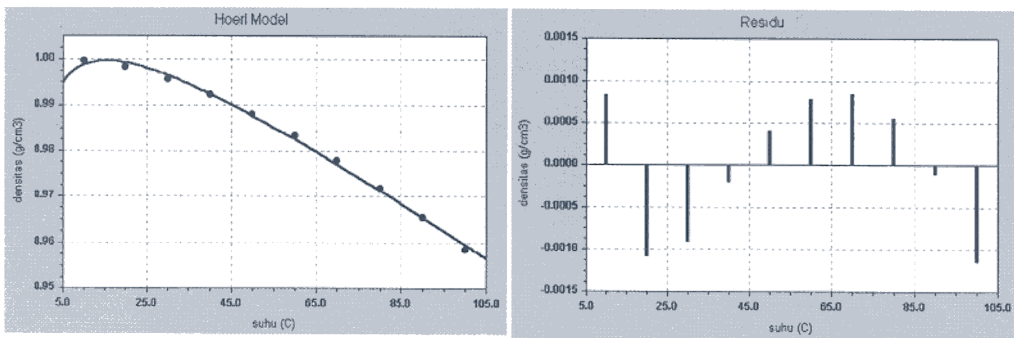
Kesalahan Standar

$$S = 0,009204$$

Koefisien Korelasi

$$r = 0,983978$$

Kurva Regresi



Gambar 4. Kurva Regresi dan Kurva Residu *Hoerl Model*

5. MMF Model

Bentuk model
$$\rho = \frac{ab + cT^d}{b + T^d}$$

Koefisien-koefisien

$$a = 1,0029077$$

$$b = 9648,8118$$

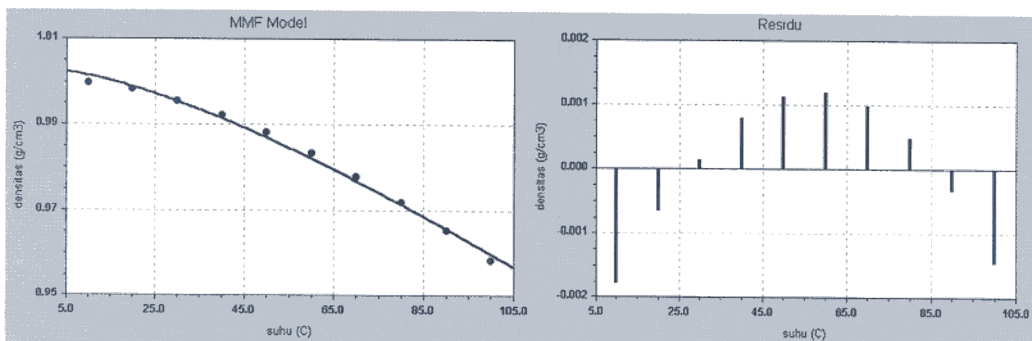
$$c = 0,61504811$$

$$d = 1,5405563$$

Kesalahan Standar $S = 0,0013198$

Koefisien Korelasi $r = 0,9971741$

Kurva Regresi dan Kurva Regresi



Gambar 5. Kurva Regresi dan Kurva Residu *MMF Model*

6. Harris Model

Bentuk model
$$\rho = \frac{1}{a + bT^c}$$

Koefisien-koefisien

$$a = 0,99666594$$

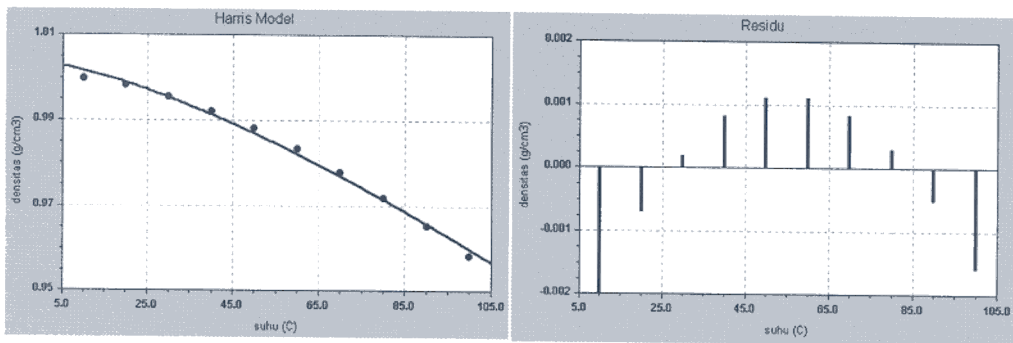
$$b = 5,8321849e-005$$

$$c = 1,443882$$

Kesalahan Standar $S = 0,0012669$

Koefisien Korelasi $r = 0,9969622$

Kurva Regresi dan Kurva Residu



Gambar 6. Kurva Regresi dan Kurva Residu *Harris Model*

KESIMPULAN

Pemodelan non-linier terhadap data densitas air dapat dilakukan mengikuti algoritma Levenberg-Marquardt.

Aplikasi software CurveExpert 1.3. memungkinkan penyajian data pengamatan dalam berbagai alternatif pemodelan matematis.

Hasil analisis terhadap nilai koefisien korelasi dan kesalahan standar menghasilkan model-model alternatif terbaik dengan urutan : *Gaussian Model*, *Sinusoidal fit*, *Weibull Model*, *Hoerl Model*, *MMF Model*, dan *Harris Model*. Model-model ini ternyata memiliki nilai keakuratan lebih dibandingkan model linier yang memiliki koefisien korelasi 0,9842573 dan kesalahan standar 0,0026891.

DAFTAR PUSTAKA

Curve Expert 1.3, (Software)

2. SOBBICH E.M., Pengukuran Densitas dan Viskositas – Materi Kursus, Puslit KIM-LIPI, (1998)
3. <http://www.cofc.edu/~kinard/221LCHEM/>
4. <http://chowley.uccb.ns.ca/chem201-202/>

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

1. Nama : Entjie Mochammad Sobbich
2. Tempat/Tanggal Lahir : Surabaya, 5 Juli 1955
3. Instansi : Puslit KIM-LIPI
4. Pekerjaan / Jabatan : Peneliti
5. Riwayat Pendidikan : (setelah SMU sampai sekarang)
 - S1 Fisika Teknik ITS, lulus tahun 1980
 - S2 Teknik Fisika ITB, lulus tahun 2003
6. Pengalaman Kerja :
 - Puslit KIM-LIPI (1981-sekarang)
 - UBINUS (1991-sekarang)
 - Group Training Course in General Metrology and Measuring Instrument, NRLM-Japan, 1983.
7. Organisasi Profesional :
 - Himpunan Fisika Indonesia (HFI)
 - Himpunan Masyarakat Instrumentasi Indonesia (HMII)